

MÉMOIRE DE FIN D'ÉTUDE
pour obtenir le diplôme de
MASTER EN MATHÉMATIQUES

Application des Modeles ARCH dans
la prévision de la Consommation
d'électricité à basse tension
(Case of Algeria).

Présenté par :
Nori OTMANE

Soutenu devant le jury composé de :

BELGUERNA Abderrahmane	C-Univ Salhi Ahmed -Naâma -	Président
KENOUZA Jamel	C-Univ Salhi Ahmed -Naâma -	Examineur
DAOUDI Hamza	Univ Iben Kheldoun -Tiaret -	Encadreur

Année universitaire 2020/2021

Résumé

Ce travail traite d'un enjeu majeur dans les séries chronologiques, c'est le processus de prédiction un phénomène à court terme, la Société nationale de l'électricité et du gaz (SO.N.EL.GAZ) en Algérie est Considérer l'importance critique de bien pourvoir pour une production réussie stratégie de planification, Nous avons essayé d'anticiper la prévsnion de la Consommation d'électricité par une méthode largement utilisée dans les prévisions, nous avons basé sur la Consommation d'électricité à basse tension(Case of Algeria) de données mensuelles Janvier 2001 à Décembre 2010. Les résultats de ce travail montrent qu'il n'y a pas de différence réelle dans les valeurs prédites et les valeurs prises de Société.

Mots clés

Séries chronologiques, Stationnarité, processus ARMA tests estimation, prévision.

Abstract

This paper deals with a major issue in chronological series, It is the prediction process a short-term phenomenon, National Society of Electricity and Gas (SO.N.EL.GAZ) in Algeria is Consider the critical importance to provide well for successful production planning strategy, We have tried to forecast the Electricity Consumption forecast by a method widely used in forecasting, we based on Low Voltage Electricity Consumption (Case of Algeria) from monthly data January 2001 to December 2010. The results of this work show that there is no true difference in the predicted values and the values taken from Society.

Key words

Time series, Stationarity, process ARMA tests, estimation, prediction.

Table des matières

Introduction	8
1 Concepts de base et processus	9
1.1 Série chronologique	9
1.2 Représentation graphique	10
1.2.1 La composante tendancielle (trend) T_t	11
1.2.2 La composante saisonnière S_t	11
1.2.3 La composante résiduelle R_t	11
1.2.4 La composante cyclique C_t	11
1.3 Le schéma de décomposition	12
1.3.1 Le modèle multiplicatif	12
1.3.2 Le modèle additif	12
1.4 Calcule des statistiques de base	12
1.5 Stationnarité	13
1.5.1 Stationnarité Stricte	13
1.5.2 Stationnarité au second ordre	13
1.6 Prévission	13
1.6.1 Prévission économique	14
1.6.2 Prévission des ventes	14
1.6.3 Prévission d'une série chronologique	14
1.7 Processus	14
1.8 Bruit blanc	14
1.9 Corrélacion, Autocorrélacion, Corrélogramme	15
1.9.1 Fonction d'autocovariance	15
1.9.2 Fonction d'autocorrélacion	15
1.9.3 Fonction d'autocorrélacion partielle	16
1.10 Les opérateurs linéaires	16
1.10.1 L'opérateur retard \mathbf{B}	16
1.10.2 L'opérateur différence Δ	17
1.10.3 L'opérateur De dessaisonalisation Δ_s	17
1.11 Processus Stationnaires	17
1.11.1 Processus auto-régressif \mathbf{AR}	18
1.11.2 Processus moyenne mobiles \mathbf{MA}	18

1.11.3	Processus moyenne mobiles ARMA	18
1.12	Processus non stationnaire	18
1.12.1	Processus TS	19
1.12.2	Processus DS	19
1.12.3	Processus <i>ARIMA</i>	19
1.12.4	Processus <i>SARIMA</i>	20
2	La méthodologie de Box-Jenkins	21
2.1	Présentation de cette méthodologie	21
2.2	Tests des composantes saisonnières et tendancielle	23
2.2.1	Test de Fisher	23
2.2.2	Test de Dickey-Fuller	24
2.3	Les étapes de box Jenkins	24
2.3.1	L'identification	24
2.3.2	Estimation	25
2.3.3	Tests et validation	25
2.3.3.1	Test sur les paramètres	25
2.3.3.2	Critères d'informations	25
2.3.3.3	Principe de parcimonie	26
2.3.3.4	Tests sur les résidus	26
2.3.4	Prévision	31
3	L'application la méthodologie de Box-Jenkins	33
3.1	Etude préliminaire de la série brute	33
3.1.1	Examen du Corrélogramme de la série brute (PE)	34
3.2	Méthodologie de Box Jenkins	37
3.2.1	Identification du modèle	37
3.2.2	Estimation du modèle	39
3.2.3	Validation du modèle	39
3.2.4	Prévision de la production nationale de l'électricité	40
3.3	Comparaison entre les prévisions et les réalisations	41
	Conclusion	43
	Bibliographie	43

Table des figures

2.1	Différentes étapes de Box-Jenkins	22
3.1	Graphe (1) : Evolution de la production nationale d'électricité (PE).	34
3.2	Figure (1) : Corrélogramme de la série brute (PE)	35
3.3	Graphe(2) : Corrélogramme de pesa	37
3.4	Graphe (3) : Graphe de la série PE stationnaire	38
3.5	Figure(2) : Corrélogramme pesat	38
3.6	Figure (3) : Corrélogramme des résidus du modèle retenu AR(1)	40
3.7	Figure (4) : Test de normalité des résidus pour le modèle retenu AR(1)	41

Liste des tableaux

3.1	Les coefficients saisonniers	36
3.2	Comparaison les modèles d'après les critères d'information . .	39
3.3	les prévisions de la production nationale à l'horizon d'une année	42
3.4	Les résultats prévus pour les quatre premiers mois de l'année 2011	42
3.5	Comparaison entre la production prévue et la production . . .	43

Notation et Abréviation

Les notations et les abréviations suivantes sont utilisées :

T_t : La composante tendancielle

S_t : La composante saisonnière

R_t : La composante résiduelle

C_t : La composante cyclique

\bar{x} : la moyenne d'une série temporelle de termes générale

$Var(x)$: La variance d'une serie temporelle

EX_t : l'espérance d'une série temporelle

ACF : fonction d'autocorrélation

$PACF$: fonction d'autocorrélation partielle

\mathbf{B} : L'opérateur retard

Δ : L'opérateur différence

Δ_s : L'opérateur De dessaisonalisation

ε_t : Le bruit blanc

AR : Processus auto-régressif

MA : Processus moyenne mobiles

$ARMA$: Processus autorégressifs moyennes mobiles

$SARIMA$: processus Autorégressif saisonnier et moyenne mobile intégrée

var_R : La variance résiduelle

BIC : Critère d'information Bayésien

AIC : Le critère d'information d'Akaike

SC : Critère de Schwartz

HQ : Critère de Hannan-Quin 1979

VN : Test de Von-Neuman

DW : statistique de Durbin et Waston

ARCH : autoregressive conditionnal heteroscedasticity

Introduction

De nos jours, la production de l'énergie en général est considérée comme un indice représentatif de développement économique d'un pays, et plus particulièrement l'énergie électrique : " Celle-ci est à la base de toutes activités industrielles ", Elle constitue par conséquent un facteur très important à l'amélioration des conditions de vie des citoyens, à l'accession et à la modernité.

En Algérie, la croissance rapide de la consommation de cette énergie due essentiellement à la croissance démographique, ainsi qu'au développement industriel, l'urbanisation de plus en plus des villes et des campagnes et l'utilisation des biens électroménagers, nécessite un réseau performant capable de répondre en permanence à cette demande sans cesse grandissante. Le système économique Algérien est basé principalement sur le secteur énergétique qui est un élément stratégique dans le mécanisme du développement économique d'une nation.

Dans ce contexte et afin de diminuer ou atténuer les risques ou encore pour mieux saisir son environnement et de confirmer sa position de leader dans l'économie nationale surtout dans un climat de transition caractérisé par des avancements prévisionnels. Les preneurs de décision au niveau des différentes unités productives de Sonelgaz ont été obligés de contrôler les événements externes de l'organisation , c'est donc à ce niveau que la prévision prendra sa place et son sens. La prévision est un ensemble d'études mettant en œuvre les données de la statistique, les théories économiques et les conditions non économiques visant à obtenir par le raisonnement, une opinion sur les événements futurs.

Ce travail est présenté essentiellement en trois chapitres. Dans Le premier chapitre est des concepts de base sur les Séries chronologiques et quelques définitions très important pour l'application de notre methodologie.

Le deuxième chapitre est particulièrement consacré à la méthodologie de Box-Jenkins. Il contient quatre étapes : l'identification du modèle, validation ,estimation et la prévision) qui seront bien détaillées.

Le dernier chapitre est consacrée à une application de la méthode de Box-Jenkins sur une série mensuelle de la Consommation d'électricité à basse tension(Case of Algeria).

Chapitre 1

Concepts de base et processus

L'analyse des séries temporelles est fondée sur l'exploitation de données historiques recueillies sur un phénomène donné, durant une certaine période; la recherche d'un modèle pouvant constituer un cadre mathématique reflétant l'évolution de ces données et partant de l'hypothèse que la passée pourrait garent de l'avenir c'est-à-dire :effectuer des prévisions. Après avoir présenter la partir théorique de notre travail, nous présentons dans nous aurons besoin au cours de notre application.

1.1 Série chronologique

Le terme "serie temporelle" designe a la fois les series chronologiques reelles et une suite theorique des variables aleatoires indecis par le temps ($t \in \mathbb{T}$), qui va servir a modeliser ces premieres.

Définition 1.1 *La théorie des séries chronologiques (ou temporelles) abordée dans ce cours est appliquée de nos jours dans des domaines aussi variés que l'économétrie, la médecine ou la démographie, pour n'en citer qu'une petite partie. On s'intéresse à l'évolution au cours du temps d'un phénomène, dans le but de d'écrire, expliquer puis prévoir ce phnoéméne dans le futur. On dispose ainsi d'observations 'a des dates différentes, c'est à dire d'une suite de valeurs numériques indicées par le temps.*

Exemple 1.1 : *On peut songer par exemple à l'évolution du nombre de voyageurs utilisant le train, à l'ccroissement relatif mensuel de l'indice des prix ou encore à loccurence d'un phénomène naturel (comme le nombre de taches solaires). Cette suite d'observations d'une famille de variables aléatoires ré-
Leelles notées $(X_t)_{t \in \theta}$ est appelée série chronologique (ou temporelle). Dans la suite de ce cours, nous la noterons*

$$(X_t)_{t \in \theta}$$

Objectifs principaux L'étude d'une série chronologique permet **d'analyser**, **ded'écrire** et **d'expliquer** un phénomène au cours

du temps et d'en tirer des conséquences pour des prises de d'ecision. Cette étude permet aussi de faire **un contrle** , par exemple pour la gestion des stocks, le contrôle d'un processus chimique... Plus généralement, nous pouvons déjà poser quelques problèmes lorsqu'on étudie une série chronologique. Mais l'un des objectifs principaux de l'étude d'une série chronologique est **la prévision** qui consiste à prévoir les valeurs futures X_{T+h} ($h = 1, 2, 3, \dots$) de la série chronologique à partir de ses valeurs observées jusqu'au temps $T : X_1, X_2, \dots, X_T$. La prédiction de la série chronologique au temps $t + h$ est notée $\hat{X}(h)$ et, en général, est différente de la valeur réelle X_{T+h} que prend la série au temps $T + h$. Pour mesurer cette différence, on définira **l'erreur de prédiction** par la différence $\hat{X}_T(h) - X_{T+h}$ "en moyenne" avec l'idée que plus h est grand, plus grande est l'erreur. L'intervalle de précision, défini par les valeurs $\hat{X}_T^{(1)}$ et $\hat{X}_T^{(2)}(h)$, est susceptible de contenir la valeur inconnue X_{T+h} . La qualité de la prédiction pourra être mesurée en se basant sur 80% des observations, puis en simulant une prédiction sur les 20% d'observations restantes. Cette technique est aussi utile pour :

- les séries qui contiennent des "trous"
- mesurer l'effet d'un phénomène accidentel (erreur,...)

Un autre problème intéressant est **la détection de ruptures résultantes en gras**, par exemple, d'un changement de politique (économique). Ces ruptures peuvent être de deux ordres :

une rupture de niveau ou une rupture de pente. Il existe encore bien d'autres objectifs immédiats relatifs à l'étude des **séries chronologiques** . Par exemple, si deux séries sont observées, on peut se demander quelle influence elles exercent l'une sur l'autre. En notant X_t et Y_t les deux séries en question, on examine s'il existe par exemple des relations du type

$$Y_t = a_1 X_{t+1} + a_3 X_{t+3}$$

Ici, deux questions se posent : tout d'abord, la question de **la causalité** i.e. quelle variable (ici (X_t)) va expliquer l'autre (ici (Y_t)), ce qui amène la deuxième question, celle du **décalage temporel** : si une influence de (X_t) sur (Y_t) existe, avec quel délai et pendant combien de temps la variable explicative (X_t) influence-t-elle la variable expliquée (Y_t).

Un dernier problème important de la macroéconométrie est de déterminer les relations persistances (de long terme) des autres relations (de court terme).

1.2 Représentation graphique

On considère qu'une série chronologique (X_t) est la résultatnte de différentes composantes fondamentales :

Lorsque le prévisionniste dispose d'un historique, le premier réflexe qu'il doit avoir est de tracer le graphique de la série chronologique (série d'origine) dans un repère orthonormé en portant en ordonnée, les valeurs des observations et en abscisse, les dates correspondantes (jour, mois, années ...). La visualisation de l'évolution de la chronique via le graphique, nous permettra de mettre en évidence les composantes constitutives d'une série chronologique qui sont très importantes pour le choix du modèle à adopter. Dans l'examen de l'allure générale de la courbe représentative de la série, on distingue quatre composantes fondamentales :

1.2.1 La composante tendancielle (trend) T_t

La composante fondamentale ou tendance (trend) traduit l'évolution à moyen terme du phénomène. On parle aussi de mouvement conjoncturel ou mouvement extra-saisonnier. La chronique correspondante, notée $f_t = 1, \dots, T$, est une fonction 'a variation lente supposée d'eterministe dans cette approche. Elle sera estimée sous forme paramétrique (polynôme, exponentielle,...)ou comme le résultat d'un opération de lissage.

1.2.2 La composante saisonnière S_t

La composante saisonnière ou mouvement saisonnier représente des effets périodiques de période connue p qui se reproduisent de façon plus ou moins identique d'une période sur l'autre. La chronique correspondante, également déterministe, est notée $S_T = 1, \dots, T$. Elle est généralement supposée rigoureusement périodique : $S_{t+p} = S_t$ et les valeurs $S_j = S_{ij}, j = 1, \dots, p$ d'une période sont appelées coefficients saisonniers. Le bilan de l'effet saisonnier sur une période doit être nul car il est pris en compte dans la tendance. La composante saisonnière permet simplement de distinguer à l'intérieur d'une même période une répartition stable dans le temps d'effets positifs ou négatifs qui se compensent sur l'ensemble de la période.

1.2.3 La composante résiduelle R_t

La composante résiduelle ou variations accidentelles est la partie non structurée du phénomène. Elle est modélisée par une suite de variables aléatoires $\epsilon_t, t = 1, \dots, T$, centrées, non corrélées et de même variance, on parle de bruit blanc.

1.2.4 La composante cyclique C_t

Certains phénomènes économiques étudiés à très long terme présentent une composante cyclique (cycles d'activité) dont la période, de plusieurs années, est souvent mal définie. Cette composante est prise en compte dans

la tendance sur les séries de taille moyenne et ne sera pas étudiée en tant que telle ici

1.3 Le schéma de décomposition

Pour pouvoir séparer les deux composantes servant à d'écrire la série observée, il est nécessaire de préciser leur mode d'interaction. La plupart des séries chronologiques entrent dans l'un des schémas suivants.

1.3.1 Le modèle multiplicatif

Schéma additif :

$$Y_t = f_t + S_t + \varepsilon_t$$

1.3.2 Le modèle additif

Schéma multiplicatif :

$$Y_t = f_t S_t (1 + \varepsilon_t)$$

En utilisant $(1 + \varepsilon_t)$ dans le cas multiplicatif, on conserve la même signification et les mêmes propriétés à chacune des trois composantes f_t , S_t et ε_t dans les deux schémas de composition. Cependant il est nécessaire de supposer que $(1 + \varepsilon_t)$ reste positif dans le modèle multiplicatif car la composante résiduelle ne peut être responsable du signe de la grandeur observée. Dans les schémas multiplicatif et mixte les oscillations dues à l'effet saisonnier ont une amplitude proportionnelle à la valeur de la tendance. C'est précisément l'argument utilisé pour faire le choix entre le schéma additif et le schémas multiplicatif au vu de la représentation graphique de la chronique.

1.4 Calcule des statistiques de base

la Moyenne La formule générale de la moyenne d'une série temporelle de termes générale :

$$\bar{x} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{X}_t$$

la Varaince en gras

La variance d'une serie temporelle permet d'évaluer la dispersion autour de la moyenne .La formule de la variance (Var) dans le cas d'une population connue totalement est :

$$Var(x) = \sum_{t=1}^T (x_t + \bar{x})^2 / T$$

1.5 Stationnarité

. La connaissance d'un processus équivaut à connaître la loi de tout vecteur $(X_{t+1}, \dots, X_{t+h})$ entier. La notion de stationnarité au sens strict, analogue à celle de régime permanent en physique, est donnée par la

1.5.1 Stationnarité Stricte

X_t est stationnaire au sens strict si et seulement si la loi de $(X_{t+1}, \dots, X_{t+h})$ dépend seulement de h .

1.5.2 Stationnarité au second ordre

stationnaire, si et seulement si pour tout entier h , EX_{t+h} et $\text{cov}(X_t, X_{t+h})$ ne dépendent que de h .

Notons que ces définitions sont équivalentes lorsque X est un processus gaussien (c'est-à-dire lorsque la loi de tout vecteur (X_{t+1}, X_{t+h}) est gaussienne). Pour un processus stationnaire, les moments d'ordre 1 et 2, EX_t et $\text{var}(X_t, X_{t+h})$, sont donc constants au cours du temps. Toutefois cette propriété n'est pas suffisante. Quitte à retrancher $\mu = EX_t$, on peut toujours se ramener à un processus centré. Dans la suite tous les processus sont centrés, et la notion de stationnarité doit être comprise au sens faible.

1.6 Prévision

Le mot " prévision ", peut à la fois représenter un résultat pour l'entreprise et recouvrir un ensemble de méthodes très diverses qui ont en commun de chercher à réduire l'incertitude liée à la non connaissance du futur. La décision pour une entreprise est difficile car elle risque d'être coûteuse si les prévisions sur lesquelles elle est fondée sont infirmées. On peut distinguer trois types de prévision selon la période

- **Prévision à court terme** : : prévision effectuée sur une période allant de 6 à 18 mois selon les domaines.
- **Prévision à long terme** : : la limite inférieure d'une prévision à long terme se situe de 5 à 10 ans, cette limite varie d'un secteur à un autre. La prévision à long terme détermine une tendance générale qui considère les perturbations inconnues futur comme des événements aléatoires.
- **Prévision à moyen terme** : : le moyen terme se situe entre le court terme et le long terme. Il apparaît donc comme une sorte de "vision floue " entre un horizon plus net, le long terme, et un aspect plus accessible, le court terme. En conséquence, les frontières du moyen terme avec le long terme et le court terme sont souvent imprécises.

1.6.1 Prévision économique

C'est une ou plusieurs hypothèses concernant l'évolution d'un phénomène bien connue. On peut représenter une prévision économique comme une projection d'un phénomène étudié sur l'avenir.

1.6.2 Prévision des ventes

Demande effective adressée à l'entreprise pour une période donnée (mois, année). Elle est issue de la prévision du marché et de la fixation d'un objectif de part de marché par l'entreprise.

1.6.3 Prévision d'une série chronologique

Le but de l'étude des séries chronologiques est la prévision, qui consiste à évaluer les valeurs futures X_{t+h} ; ($h \geq 1$) d'une variable à partir de l'observation de ses valeurs passées X_1, X_2, \dots, X_t . Or la valeur que la variable prendra à l'instant $t + h$ sera plus au moins égale à la valeur prédite; pour cette raison, notre objectif est de proposer un intervalle de prévision susceptible de contenir la valeur inconnue. La qualité de la prévision dépend d'une part de l'évolution de la série, d'autre part de l'horizon h , en d'autres termes, la qualité de la prévision est meilleure lorsque la série évolue d'une façon régulière dans le temps et ou lorsque l'horizon est petit.

1.7 Processus

D'un point de vue sémantique, un processus est un ensemble de phénomènes conçus comme une chaîne causale progressive à travers le temps, du point de vue mathématique, il est solution d'une équation composée de variables indicées par le temps; si l'évolution temporelle d'une ou plusieurs variables n'est pas totalement déterministe (présence d'une ou plusieurs variables aléatoires) on parle alors de processus stochastique.

1.8 Bruit blanc

Définition 1.2 On dit de la suite de variable aléatoire ε_t qu'elle constitue un bruit faible si elle possède les propriétés suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[\varepsilon_t] &= 0 \\ \mathbf{E}[\varepsilon_t^2] &= \sigma_\varepsilon^2 \neq 0 \text{ et constante} \\ \text{Cov}(\varepsilon_s, \varepsilon_t) &= 0 \text{ si } t \neq s \end{aligned} \quad (1.1)$$

En d'autres termes, les variables aléatoires ε_t sont de moyenne nulle, de variance constante et non corrélées. On dit que ε_t est un bruit blanc fort s'il

est un bruit blanc faible et que les variables ε_t sont i.i.d (independantes et identiquement distribuées).

Notation 1.8.1 1. Si ε_t bruit blanc faible, alors $\varepsilon_t \sim \mathbf{WN}(0, \sigma_\varepsilon^2)$
 2. Si ε_t bruit blanc fort alors $\varepsilon_t \sim \mathbf{I.I.D}(0, \sigma_\varepsilon^2)$

1.9 Corrélation, Autocorrélation, Corrélogramme

La corrélation est un moyen utilisé pour comparer l'évolution de deux ou plusieurs phénomènes. L'autocorrélation est un concept lié à celui de la corrélation, il s'agit d'une corrélation entre la série et elle-même à différents décalages dans le temps

1.9.1 Fonction d'autocovariance

Soit $(\mathbf{X}_t)_{t \in Z}$ un processus stationnaire. On appelle fonction d'autocovariance la fonction $\gamma(h)$ définie de Z dans \mathbb{R} par :

$$\forall h, t \in Z, \gamma(h) = \text{Cov}(X_t, X_{t+h})$$

. Le graphe de cette fonction est appelé variogramme, la fonction d'autocovariance d'un processus stationnaire vérifie

- $\forall h, t \in Z, \gamma(-h) = \gamma(h)$: elle est paire
- $\forall n \in \mathbb{N}, \forall (a_i) \in \mathbb{R}^n, \forall (t_i) \in \mathbb{Z}^n \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j (t_i - t_j) > 0$
- $\gamma(0) = \text{Var}(X_t)$
- $|\gamma(h)| \leq \gamma(0), \forall h$

1.9.2 Fonction d'autocorrélation

Soit $(\mathbf{X}_t)_{t \in Z}$ un processus stationnaire. On appelle fonction d'autocorrélation la fonction ρ définie de Z dans \mathbb{R} par :

$$\forall h, \in Z, \rho(h) = \frac{\gamma(h)}{\gamma(0)}$$

Le graphe de cette fonction est appelé corrélogramme La fonction d'autocorrélation d'un processus stationnaire vérifie :

- $\forall h, \in Z, \rho(-h) = \rho(h)$: elle est paire
- $\rho(0) = 1$
- $|\rho(h)| \leq 1, \forall h$

La fonction $\rho(h)$ est l'expression du lien linéaire entre $(\mathbf{X}_t)_{t \in Z}$ et. Si $(\mathbf{X}_{t-h})_{t \in Z}$ est l'instant présent et $h > 0$,

$\rho(h)$ est l'expression du lien linéaire entre le présent et le passé d'ordre h (mais aussi par parité de la fonction γ entre le présent et le futur d'ordre h); plus $|\rho(h)|$ est proche de 1 et plus ce lien est fort Soit $(\mathbf{X}_t)_{t \in Z}$ un

processus stationnaire. D'efinissons tout d'abord la régression affine de (\mathbf{X}_t) sur $(\mathbf{X}_{t-1}, \dots, \mathbf{X}_{t-h})$ notée $\mathbf{X}_{t,h}^*$. On a

$$\mathbf{X}_t = \mathbf{X}_{t,h}^* + \mathbf{R}_{t,h} = \lambda_{0,h} \sum_{s=1}^h \lambda_{s,h} \mathbf{X}_{t-s} + \mathbf{R}_{t,h}$$

1.9.3 Fonction d'autocorrélation partielle

Où est une variable aléatoire non corrélée avec $\mathbf{X}_{t-1}, \dots, \mathbf{X}_{t-h}$. La fonction d'autocorrélation partielle τ est d'efinie par :

$$h \in \mathbb{Z}, \tau(h) = \lambda_{h,h}$$

Le graphe de cette fonction est appelée corrélogramme partiel

L'autocorrélation partielle d'ordre h $\tau(h)$ represente le coefficient de corrélation lénéaire

* le résidu $\mathbf{X}_t - \mathbf{X}_{t,h-1}^*$ de la régression de \mathbf{X}_t par $\mathbf{X}_{t-h+1} \dots \mathbf{X}_{t-1}$

* le résidu $\mathbf{X}_{t-h} - \mathbf{X}_{t-h,h-1}^*$ de la régression de \mathbf{X}_{t-h} par $\mathbf{X}_{t-h+1} \dots \mathbf{X}_{t-1}$

En d'autres termes,

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_t &= \alpha_1 \mathbf{X}_{t-1} + \alpha_2 \mathbf{X}_{t-2} + \dots + \alpha_{h-1} \mathbf{X}_{t-h+1} + \mathbf{V} \\ \mathbf{X}_{t-h} &= \beta_1 \mathbf{X}_{t-1} + \beta_2 \mathbf{X}_{t-2} + \dots + \beta_{h-1} \mathbf{X}_{t-h+1} + \mathbf{V} \end{aligned} \quad (1.2)$$

et

$$\tau(h) = \text{Cor}(U, V)$$

Il faut bien comprendre que l'autocorrélation partielle est la corrélation entre X_{t-h} et X_{t-h} une fois que l'on a explique ceux-ci par les valeurs entre eux deux $\mathbf{X}_{t-h+1}, \dots, \mathbf{X}_{t-1}$.

1.10 Les opérateurs linéaires

1.10.1 L'opérateur retard B

l'opérateur retard \mathbf{B} (Backward noté aussi pour \mathbf{L} log) décale le processus d'une unité de temps vers le passé

$$\mathbf{B}(X_t) = X_{t-1}$$

Si on applique h fois cet opérateur, on décale le processus de h unité de temps

$$\underbrace{\mathbf{B}(\mathbf{B}(\dots \mathbf{B}(X_t) \dots))}_{h \text{ fois}} = \mathbf{B}^h(X_t) = X_{t-h}$$

L'opérateur retard possède les propriétés suivantes

- $\mathbf{B}^j X_{t-j}$, en particulier, $\mathbf{B}^0 X_t = X_t$
- Si $X_t = c \in \mathbb{R}$ pour tout $t \in \mathbb{Z}$, alors $\mathbf{B}^j X_t = jc = c$ pour tout $j \in \mathbb{Z}$
- $\mathbf{B}^j (\mathbf{B}^k X_t) = \mathbf{B}^{j+k} X_t = X_{t-j-k}$
- $\mathbf{B}^{-j} X_t = X_{t+j}$
- $(\mathbf{B}^j + \mathbf{B}^k) X_{t+j}$
- $(\mathbf{B}^j + \mathbf{B}^k) X_t = X_{t-j} + X_{t-k}$

Si l'on applique le polynôme retard $\phi(\mathbf{B})$ défini comme suit

$$\phi(\mathbf{B}) = 1 - \phi_1 \mathbf{B} - \phi_2 \mathbf{B}^2 - \dots - \phi_p \mathbf{B}^p$$

à une série X_t , on a :

$$\phi(\mathbf{B})X_t = X_t - \phi_1 X_{t-1} - \phi_2 X_{t-2} - \dots - \phi_p X_{t-p}$$

Où ϕ_i , des nombres réels, ..., p

1.10.2 L'opérateur différence Δ

L'opérateur Δ fait la différence entre le processus et sa version décalée d'une unité de temps. L'opérateur Δ est défini par :

$$\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$$

En effet, par écriture purment formelle on peut écrire :

$$\Delta X_t = X_t - \mathbf{B}X_t = (1 - \mathbf{B})X_t$$

On peut écrire Δ sous la forme d'un polynôme en \mathbf{B} avec : $\Delta = 1 - \mathbf{B}$

1.10.3 L'opérateur De dessaisonalisation Δ_s

L'opérateur Δ_s est défini par :

$$\Delta_s X_t = X_t - X_{t-s}$$

s : la période de la saisonnalité en d'autres termes :

$$\Delta_s = (1 - \mathbf{B}^s)$$

1.11 Processus Stationnaires

Les processus **ARMA**(p, q) généralise les modèles autorégressifs et moyenne mobile. Ces modèles sont très utiles en pratique pour modéliser des séries réelles en nécessitant moins de paramètres que les modèles **AR** ou **MA** simples.

1.11.1 Processus auto-régressif AR

Définition 1.3 on appelle processus autorégressif d'ordre p , usuellement noté **AR**(p), un processus stationnaire $(X_t)_{t \in \mathbb{Z}}$ vérifiant une relation du type :

$$X_t + \sum_{i=1}^p \phi_i X_{t-i} = \varepsilon_t, \forall t \in \mathbb{Z}$$

avec $\phi_i \in \mathbf{R}$ et ε_t un bruit blanc de variance σ^2 . Cette relation s'écrit également où $\Phi(L) = 1 + \phi_1 L + \dots + \phi_p L^p$

1.11.2 Processus moyenne mobiles MA

Définition 1.4 on appelle processus moyenne mobile d'ordre q , usuellement noté **MA**(q); un processus X_t défini par :

$$X_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}, \forall t \in \mathbb{Z}$$

où les θ_i sont des réels et ε_t est un bruit blanc de variance σ^2 . De même que pour les processus autorégressif cette relation s'écrit :

$$X_t = (1 + \theta_1 L + \dots + \theta_q L^q) \varepsilon_t = \Theta(L) \varepsilon_t$$

1.11.3 Processus moyenne mobiles ARMA

un processus stationnaire X_t admet une représentation **ARMA**(p, q) minimale s'il satisfait

$$X_t + \sum_{i=1}^p \phi_i X_{t-i} = \varepsilon_t + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j}, \forall t \in \mathbb{Z}$$

soit, avec les notations suivantes :

1. $\phi_p \neq 0$ et $\theta_q \neq 0$
2. Φ et Θ n'ont pas de racines communes et leurs racines sont de modules > 1
3. ε_t est un BB de variance σ^2

1.12 Processus non stationnaire

A la section précédente, quelques processus aléatoires stationnaires ont été présentés et étudiés. Toutefois dans ces conditions, il arrive souvent que des séries observées montrent un comportement non stationnaire. Dans ces conditions, il convient alors d'identifier le type de non stationnarité auquel la série est contrainte. Cela permet d'utiliser un modèle approprié de façon à rendre stationnaire la série en question. Dans la suite, notamment les **Tet DS** :

1.12.1 Processus TS

Un processus $(\mathbf{X}_t)_{t \in \mathbb{Z}}$ fait partie de la famille des modèles à tendance saisonnière (TS) s'il peut s'écrire sous la forme

$$(\mathbf{X}_t) = f(t) + \varepsilon_t$$

Pour stationnariser un processus de type TS on estime $f(t)$ par les moindres carrés ordinaire.

1.12.2 Processus DS

Un processus non stationnaire $(\mathbf{X}_t)_{t \in \mathbb{Z}}$ fait partie de la famille des modèles à différence stationnaire (DS) d'ordre d si le processus filtré $\mathbf{F}_t = (1 - \beta)^d$, comme cas particuliers des modèles dans la suite

1.12.3 Processus ARIMA

L'objectif essentiel des modèles **ARIMA** est de permettre une prédiction de l'évolution future d'un phénomène. son développement dans le domaine de l'économétrie est basé sur ce principe. Un autre intérêt, peut-être plus essentiel en ce qui concerne la recherche scientifique, est de comprendre la signification de ces différents processus. il est clair cependant que cette interprétation dépend de la nature du phénomène étudié ; et des modèles dont le chercheur dispose pour en rendre compte.

Un modèle **ARIMA** est noté $(\mathbf{p}, \mathbf{d}, \mathbf{q})$, $\sqrt{\quad}$ correspondant au nombre de termes autogréssifs, $\lceil \quad \rceil$ au nombre de nombre de différenciation, et Π un nombre de termes de moyenne mobile. De nombreuses combinaisons sont envisageables

Le processus stationnaire $(\mathbf{X}_t)_{t \geq 0}$ satisfait une représentation **ARIMA** $(\mathbf{p}, \mathbf{d}, \mathbf{q})$ si et seulement :

$$\phi(\beta^s)(1 - \beta^s)^d \mathbf{X}_t = c + \theta(\beta^s) \varepsilon_t$$

Où $c \in \mathbf{R}$

$$\phi(\beta) = \sum_{j=0}^p \phi_j \beta^j \text{ et } \theta(\beta) = \sum_{j=0}^q \theta_j \beta^j$$

on suppose que toutes les racines des polynôme $\theta(\beta)$ et $\phi(\beta)$ sont situées à l'extérieur du cercle unité.

1.12.4 Processus **SARIMA**

Le processus **SARIMA** est un modèle *ARIMA* dans lequel une composante saisonnière est ajoutée. Ainsi $(\mathbf{X}_t)_{t \in \mathbb{Z}}$ est un processus **SARIMA**($\mathbf{p}, \mathbf{d}, \mathbf{q}$) de périodes s si seulement si :

$$\phi(\beta^s)(1 - \beta^s)^d \mathbf{X}_t = c + \theta(\beta^{s'}) \varepsilon_t$$

où $c \in \mathbf{R}_1$

$$\phi(\beta) = \sum_{j=0}^p \phi_j \beta^j \text{ et } \theta(\beta) = \sum_{j=0}^q \theta_j \beta^j$$

La période de saisonnalité s est associée à la composante **AR**, alors que la période de saisonnalité s' est associée à la composante

MA, on suppose que toutes les racines des polynômes $\theta(\beta)$ et $\phi(\beta)$ sont situées à l'extérieur du cercle unité

Chapitre 2

La méthodologie de Box-Jenkins

Les travaux de G. BOX et G. JENKINS (dans les années soixante dix) ont beaucoup contribué dans la théorie et la pratique des modèles des séries temporelles. L'objectif auquel ils se proposent de répondre dans leur ouvrage, "Time Series Analysis, Forecasting and Control", est de construire un modèle aléatoire de type ARMA permettant de reproduire au mieux les réalisations d'une série temporelle. Trois étapes sont nécessaires à la construction des modèles : une phase d'identification, une phase d'estimation, une phase de validation. A l'issue de ces trois phases, une fois déterminé le meilleur modèle **ARMA**, on utilise ce modèle à des fins de prévision

2.1 Présentation de cette méthodologie

Box – Jenkins (1970) ont élaboré une méthodologie pour identifier un modèle adéquat pour une série chronologique. Leur méthode est fondée sur les modèles..... Pour les méthodes d'inférence présentées dans la suite, on supposera que T réalisations d'une série chronologique uni-variée, notées, ont été observés. En décrivent leur méthode de prédiction **George Box** et **Gwilym Jenkins** Cette démarche divise le problème de prévision en 3 étapes pour pouvoir trouver le modèle susceptible de représenter la série temporelle, et la dernière étape c'est l'étape de prédiction :

1. **Identification.**
2. **Estimation.**
3. **Validation**
4. **Prévision**

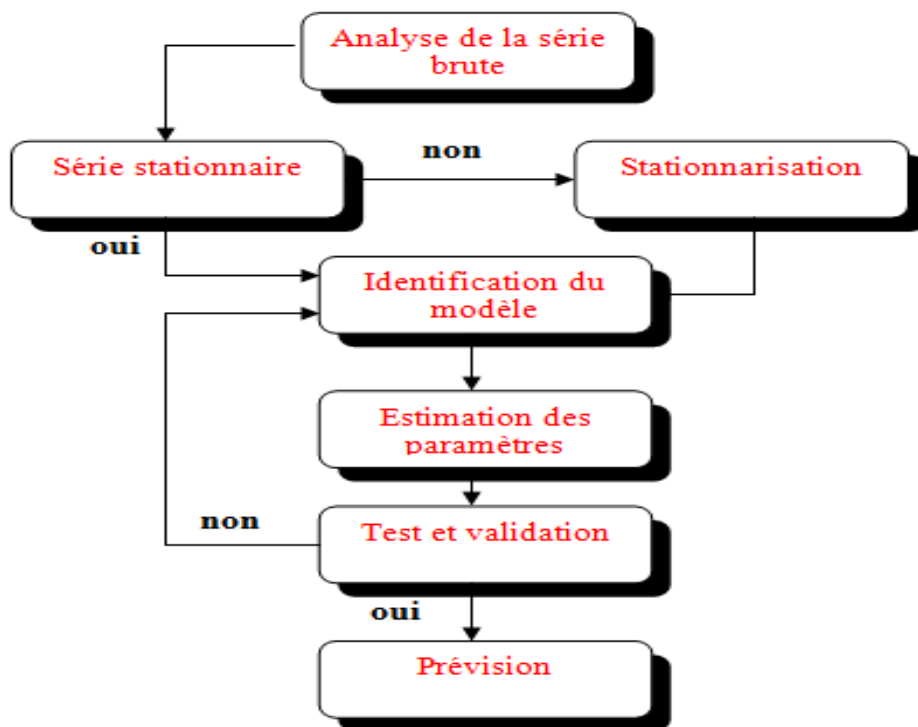


FIGURE 2.1 – Différentes étapes de Box-Jenkins

2.2 Tests des composantes saisonnières et tendanciennes

2.2.1 Test de Fisher

Avant toute étude d'une chronique, il convient d'élaborer un test permettant de détecter l'existence d'une saisonnalité. Le test le plus communément employé est celui de Fisher par analyse de la variance du facteur période (mensuel, trimestriel.).

On considère n : Le nombre d'années. p : Le nombre d'observations dans l'année

X_{ij} : La valeur de la série pour la i^{me} année et la j^{me} période.

La moyenne générale $\bar{X}_{..}$, la moyenne de l'année iX_i , la moyenne de la période jX_j

La variance année et la variance période sont définies respectivement par :

$$var_A = \frac{P \sum_{i=1}^n (\bar{X}_i - \bar{X}_{..})^2}{n-1}, var_P = \frac{n \sum_{j=1}^p (\bar{X}_j - \bar{X}_{..})^2}{n-1}$$

$$La\ variance\ résiduelle : var_R = \frac{P \sum_{i=1}^n n \sum_{j=1}^p (\bar{X}_{ij} - \bar{X}_i - \bar{X}_j - \bar{X}_{..})^2}{(n-1)(n-1)}$$

L'équation de la variance totale

$$var_T = var_A + var_P + var_R = \frac{P \sum_{i=1}^n n \sum_{j=1}^p (\bar{X}_{ij} - \bar{X}_{..})^2}{(n-1)(n-1)}$$

L'hypothèse est : H_0 : " pas de saisonnalité " contre H_1 : "il existe **une saisonnalité**" La valeur calculée $F_0 \frac{var_P}{var_R}$ que l'on compare à la valeur tabulée $F_{\alpha}^{V_1 V_2}$ avec $v_1 = (p-1)$, $v_2 = (n-1)(p-1)$ degré de liberté Si $F_0 > F_{\alpha}^{V_1 V_2}$ on rejette H_0 , la série est saisonnière.

Soient les hypothèses : H_0 : " **La série n'est pas affectée d'une tendance** "

Contre H_1 : " **La série est affectée d'une tendance** "

On calcule $F_1 \frac{var_P}{var_R}$ que l'on compare avec $F_{\alpha}^{v_3 v_2}$

$v_3 = (n-1)$, $v_2 = (n-1)(p-1)$ degré de liberté $F_{\alpha}^{V_2 V_3}$

Si $F_1 > F_{\alpha}^{V_2 V_3}$ on rejette l'hypothèse, la série est affectée d'une tendance. Concernant l'existence de la tendance, le **test de Fisher** s'avère faible, il convient d'effectuer un autre test

2.2.2 Test de Dickey-Fuller

IL permet de détecter non seulement l'existence d'une tendance mais aussi de quel type elle est. Pour la construction de ce test, Dickey et Fuller ont proposé trois modèles de base :

$$(1 - \phi_1 \mathbf{B})X_t = \varepsilon_t : \text{modèle autorégressif d'ordre 1} \dots \mathbf{Modèle(1)}$$

$$(1 - \phi_1 \mathbf{B})(X_t - c) = \varepsilon_t : \text{modèle autorégressif d'ordre 1 avec constante} \dots \mathbf{Modèle(2)}$$

$$(1 - \phi_1 \mathbf{B})(X_t - c - b_t) = \varepsilon_t : \text{modèle autorégressif d'ordre 1 avec tendance} \dots \mathbf{Modèle(3)}$$

Les hypothèses à tester sont $H_0 : \phi_1 = 1$ contre $H_1 : |\phi_1| < 1$

C'est un test itératif qui se déroule comme suit :

- Si Dans l'un des modèles la statistique relative ϕ_1 à et supérieure aux valeurs tabulées, on déduit qu'il existe une racine unitaire. On estime en premier le modèle (3) ; on commence par tester la significativité de la tendance :

- Si la tendance n'est pas significative alors on teste la significativité de la constante
 1. Si elle est significative le processus est de type DS avec dérive, pour stationnariser la chronique on applique le filtre aux différences recommencer la procédure.
 2. Si elle n'est pas significative, le processus est donc une marche aléatoire dit DS sans dérive, on différencie la série une fois et on recommence.
- Sinon, le processus est déterministe ; pour le stationnariser on effectue une régression sur le temps et on recommence le test.

Sinon

- Si dans le modèle (3), le coefficient de la tendance est significativement différent de 0 alors le processus est TS
- sinon la série est stationnaire

2.3 Les étapes de box Jenkins

2.3.1 L'identification

Cette étape est la plus difficile dans le cycle de trois étapes définie par Box – Jenkins. Alors, plusieurs modèles candidats seront retenus et éliminés successivement dans les étapes deux et trois du cycle jusqu'à en retenir

le bon. Pour cela plusieurs critères sont nécessaires pour identifier les modèles. Pour commencer, il n'y a pas de règles exactes qui nous permettent de connaître les degrés maximaux des polynômes du modèle $\mathbf{ARMA}(p, q)$ de la série stationnaire. D'après Box et Jenkins (1976) La méthode d'identification est fondée sur la comparaison des moments empiriques de la série considérée aux moments théoriques associés aux différentes représentations potentielles. On se concentre ici sur les moments d'ordre deux résumés par la fonction d'autocorrélation (FAC) et la fonction d'autocorrélation partielle (FACP). D'une manière générale, on peut déduire que :

- \blacktriangleleft : Pour un modèle $\mathbf{AR}(p)$: la FAC de la série stationnaire ou devenue stationnaire décroît exponentiellement ou sinusoidalement et la FACP s'annule après un retard $k = p$.
- \blacktriangleleft : Pour un modèle $\mathbf{MA}(q)$: la FACP de la série stationnaire ou devenue stationnaire décroît exponentiellement ou sinusoidalement et la FAC s'annule après un retard $k = q$.

2.3.2 Estimation

On utilise pour cette phase la méthode d'estimation du maximum de vraisemblance ou bien celle des moindres carrés ordinaires. Elle consiste à identifier les coefficients autorégressifs et moyenne mobiles saisonniers ou non

2.3.3 Tests et validation

Après la phase précédente, si on dispose de plusieurs modèles candidats, il est nécessaire d'effectuer des tests sur les paramètres et sur les résidus afin de les départager

2.3.3.1 Test sur les paramètres

C'est un test classique de Student qui permet de tester la significativité de chaque paramètre du processus en utilisant les hypothèses : H_0 : Le coefficient $\hat{\mathbf{B}} = 0$ contre H_1 : " $\hat{\mathbf{B}}_p$ est significativement différent de zéro " La statistique de Student représente le ratio du coefficient à estimer sur son écart type $\frac{\hat{B}_p}{\hat{\sigma}_{\hat{B}_p}}$

si $|\frac{\hat{B}_p}{\hat{\sigma}_{\hat{B}_p}}| > 1.96(\alpha = 5)$ on accepte H_1 dans le cas contraire on rejette le modèle et on envisage une nouvelle spécification (retour à l'étape identification). Après avoir validé plusieurs modèles, il convient de choisir le modèle optimal en se basant sur une comparaison de leur qualité en utilisant les critères d'informations et /ou le principe de Parcimonie

2.3.3.2 Critères d'informations

Ce sont des statistiques aidant à décider de l'ordre d'un modèle dans le cas où il en existerait plusieurs. Entre autres ; on peut citer :

– **Critère d'information d'Akaike (AIC)**

Il tient compte de la qualité d'ajustement du modèle à la série observée et du nombre de paramètres utilisés dans l'ajustement

$$\text{AIC}(p, q) = n \log \hat{\sigma}_\varepsilon^2 + 2(p + q)$$

– **Critère d'information Bayésien (BIC)**

Il a les mêmes caractéristiques que le **AIC**, néanmoins; jugé plus intéressant dans la mesure où il pénalise les paramètres en nombre excessif plus fortement que le **AIC**

$$\text{BIC}(p, q) = \log \hat{\sigma}_\varepsilon^2 - (n - p - q) \text{Log} \left[1 - \frac{p+q}{n} \right] + (p+q) \text{Log} \left[(p+q)^{-1} \left[\frac{\sigma_X^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2 - 1} \right] \right]$$

– **Critère de Schwartz 1978**

$$\text{SC}(p, q) = n \text{Log} \hat{\sigma}_\varepsilon^2 + (p + q) \text{Log} n$$

– **Critère de Hannan-Quin 1979**

$\text{HQ}(p, q) = \text{Log} \hat{\sigma}_\varepsilon^2 + (p+q)c \text{Log} \left[\frac{\text{Log} n}{n} \right]$ où c est une constante à spécifier. Les critères les plus utilisés sont **AIC**, **BIC**, **SC**. Le modèle choisi (optimal) est celui qui minimise ces critères. Ils existent d'autres critères appelés "critères de pouvoir prédictif" utilisés pour vérifier les performances prévisionnelles.

2.3.3.3 Principe de parcimonie

Dans le cas où les critères d'informations **AIC** et **BIC** de deux ou plusieurs modèles retenus seraient très proches ou contradictoires, on fait intervenir ce principe puisque le but de la modélisation d'une chronique est de minimiser le nombre de paramètres à estimer

2.3.3.4 Tests sur les résidus

Lorsque le modèle est bien estimé, les résidus entre les valeurs observées et les valeurs estimées doivent se comporter comme un bruit blanc (gaussien ou pas). Les résidus (ou erreurs de prévision) sont notés $\varepsilon_t; t \in Z$.

1. Test des points de retournement (turning point)

Un point de retournement est une observation telle que

$$(\varepsilon_{i-1} < \varepsilon_i \text{ et } \varepsilon_i > \varepsilon_{i+1}) \text{ OÙ } (\varepsilon_{i-1} > \varepsilon_i \text{ et } \varepsilon_i < \varepsilon_{i+1})$$

La variable aléatoire X_i suit la loi de Bernoulli de paramètre $\frac{2}{3}$

On appelle P le nombre total de ces points de retournement on note $P = \sum_{i=1}^{n-2} X_i$

Pour n observation on a : $E(P) = E \sum_{i=1}^{n-2} X_i = \frac{2}{3}(n-2)$

$$E(P) = E[(\sum_{i=1}^{n-2} X_i)^2] = \frac{40n^2 - 144n + 131}{90} \text{ et } \text{var}(P) = \frac{16n-29}{90}$$

Sous l'hypothèse H_0 "les forment un échantillon aléatoire"

$$\text{La statistique : } E = \left| \frac{P - E5 + (P)}{\sqrt{\text{Var}(P)}} \right| \rightarrow (0, 1)$$

On accepte l'hypothèse de bruit blanc au seuil de $\alpha = 0.05$ si $U < 1.96$

2. Test de Box-Ljung

Appelé aussi test de "porte manteau", il permet de vérifier l'hypothèse de bruit blanc des résidus, ce qui signifie qu'il n'existe aucune autocorrélation significativement non nulle, il se base sur la fonction d'autocorrélation en utilisant deux hypothèses :

$H_0 : \rho_1 = 0, \rho_2 = 0, \rho_k = 0$ contre

H_1 Il existe au moins un ρ_i significativement différent de zéro

Sa statistique est : $Q = n(n+1) \sum_{h=1}^k \frac{r_h^2(\varepsilon_t)}{n-2}$ avec :

K = nombre de retards choisis et n = nombre d'observations.

En l'absence d'autocorrélation la statistique Q obéit à une $\chi^2(K - p - q - P - Q)$ degrés de liberté.

L'hypothèse H_0 est rejetée au seuil de 5 si Q est supérieure au quantile 0.95 de la loi de χ^2

3. Test de nullité de la moyenne des résidus

$H_0 : "m = 0"$ contre $H_1 : "m \neq 0"$. La statistique utilisée est $t = \frac{\bar{\varepsilon}_t}{\sigma_\varepsilon \sqrt{n-1}}$

Le test est basé sur la statistique de Student pour tester

4. Test de normalité

celui de Jarque et Bera (1984), ce dernier est fondé sur la notion de Skewness (asymétrie) et de Kurtosis (Le test le plus fréquent qui permet de

vérifier la normalité d'une distribution statistique est queue de distribution), par ailleurs il existe un autre test celui de Kolmogorov-Smirnov.

Ces deux tests permettent par la suite de calculer les intervalles de prévisions

- **Test de Jarque et Bera**

$$\text{soit } \mu_k = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\varepsilon_t - \bar{\varepsilon})^k$$

le moment centré d'ordre k du processus $\varepsilon_t, t \in \mathbb{Z}$

Le coefficient de **Skewness** est défini par : $B_1^{1/2} = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}}$

Le coefficient de **Kurtosis** est défini par : $B_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$

Si la distribution est normale et le nombre d'observation grand ($n > 30$) :

$$B_1^{1/2} \rightarrow N\left(0, \sqrt{\frac{6}{n}}\right) \text{ et } B_2 \rightarrow N\left(3, \sqrt{\frac{24}{n}}\right)$$

On construit alors les statistiques centrées réduites correspondantes à $B_1^{1/2}$ et B_2

$$v_1 = \frac{|B_1^{1/2} - 0|}{\sqrt{\frac{6}{n}}} \text{ et } v_2 = \frac{|B_2 - 3|}{\sqrt{\frac{24}{n}}}$$

Que l'on compare à 1.96 (valeur de la loi normale au seuil de 5%)
 $H_0 : v_1 = 0$ (symétrie) et $v_2 = 0$ (aplatissement normal)

On acceptera l'hypothèse H_0 si $v_1 \leq 1.96$ et $v_2 \leq 1.96$; dans le cas contraire, l'hypothèse de normalité est rejetée

Le test de **Jarque et Bera** synthétise les résultats précédents

Si $B_1^{1/2}$ et B_2 obéissent à des lois normales alors la statistique :

$$JB = \frac{n}{6} B_1 + \frac{n}{24} (B_2 - 3)^2 \text{ suit une } \chi^2 \text{ à deux degrés de liberté}$$

Si $JB > \chi_{1-\alpha}^2(2)$ on rejette l'hypothèse de normalité des résidus au seuil α .

- **Test de Kolmogorov-Smirnov**

C'est un test d'adéquation qui est aussi important que le précédent. Il est fondé sur les statistiques fonctions de F_n et F , tel

que fonction de répartition empirique qui est un estimateur sans de F.

On teste : $H_0 : \mathcal{F} = F_0$ contre $H_1 : \mathcal{F} \neq F_0$

Les statistiques définies sont :

$$D_n^+ \max\left(\frac{i-1}{n} - F_0(X_i)\right) D_n^- \max\left(F_0(X_i) - \frac{i}{n}\right)$$

$$D_n = \max |D_n^+, D_n^-|$$

avec : X_i est la valeur de la coordonnée ni de la statistique d'ordre croissant.

Si $D_n < c$ on accepte H_0 , c étant la valeur critique lue sur la table pour $n \geq 35$, $c = \frac{1.36}{\sqrt{n}}$ puisque $\alpha = 5$

5. Test de Von-Neuman (indépendance)

C'est un test valide dans le cas où les résidus sont gaussiens, sous les hypothèses :

H_0 : " les résidus sont indépendants et identiquement distribués "

contre H_1 : " au moins deux observations successives tendent à être corrélées "

Il est fondé sur les deux estimateurs suivants :

$$D^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^{n-1} (\varepsilon_{t+1} - \varepsilon_t)^2; S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (\varepsilon_{t+1} - \bar{\varepsilon}_t)^2$$

La statistique utilisée est : $VN = \frac{(D^2)^{-1}}{\sqrt{\frac{n-2}{n^2-1}}}$

Si $|VN| < VN_\alpha = 1.96$ avec $\alpha = 0.05$ on accepte H_0 .

6. Test de Durbin et Watson

Les modèles ajustés à des séries chronologiques manifestent parfois un certain degré de corrélation entre les valeurs successives des erreurs. En

terme probabiliste, cela signifie que les erreurs sont autocorrélées, ou encore qu'une erreur produite en $t-1$ à une influence sur l'erreur en t .

Le test de Durbin et Watson (1951) permet de détecter l'autocorrélation des résidus pour un ordre un (corrélation entre ε_t

et ε_{t-1}) sous la forme :

$\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + v_t$ où $v_t \rightarrow N(0, \sigma_v^2)$ on teste

$H_0 : \rho = 0$ (absence d'autocorrélation à l'ordre 1 des résidus).

Contre $H_1 : \rho \neq 0$ (présence d'autocorrélation à l'ordre 1 des résidus).

La statistique de **Durbin et Watson**, notée DW, est donnée par :

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2} \text{ avec } \varepsilon_t : \text{ sont les}$$

résidus de l'estimation du modèle.

De par sa construction, cette statistique varie entre 0 et 4 et nous avons $DW = 2$ lorsque $\hat{\rho}$

($\hat{\rho}$ est l'estimateur de ρ) on a :

- ◇ $DW = 0$, il existe une autocorrélation positive
- ◇ $DW = 4$ il existe une autocorrélation négative
- ◇ $DW \approx 2$ indique l'absence d'autocorrélation

7. Test d'hétéroscédasticité : (l'existence d'effet ARCH)

Pour ce faire, on utilise les corrélogrammes des carrés des résidus, si un ou plusieurs termes sont significativement différents de zéro, on déduit qu'il y a effet ARCH qui est détecté par la statistique de Box et Ljung, ceci est confirmé par la statistique du Multiplicateur de Lagrange

$LM = nR^2$ avec n = le nombre d'observations servant au calcul de la régression .

R^2 = le coefficient de détermination.

Soit une spécification de type ARCH pour les erreurs ε_t tel que :

$\varepsilon_t = u_t \cdot h_t$ avec $u_t \rightarrow N(0, 1)$ et $h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$ et Soit l'hypothèse $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots \alpha_p = 0$ contre $H_1 : \alpha_i$ non tous nul

Si $LM < \chi^2(1)$ on accepte H_0 , la variance de l'erreur est constante $h_t^2 = \alpha_0$

Dans le cas contraire $LM > \chi^2(p)$ à p degrés de libertés compris entre 1 et 3 , on rejette H_0 et le processus est

justifiable d'un modèle ARCH(p).

Si $p > 3$ le modèle sera justifié d'un modèle de type GARCH.

2.3.4 Prévision

C'est l'ultime étape de cette méthode, voire de la quasi-totalité des analyses statistiques. C'est une extrapolation des observations d'une série en se basant sur ses observations et ses erreurs passées. Lors de cette étape, il est indispensable de prendre en considération les transformations

effectuées sur la chronique afin d'aboutir à des valeurs prévisionnelles appropriées. Par définition :

$$X_{t+1} = E(X_{t+1}/I_t) \text{ ou est l'information disponible à } t.$$

$$I_t = (X_1, X_2, \dots, X_t, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_t)$$

Considérons un ARMA(1, 1) et un horizon de prévision 1

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

$$X_{t+1} = \phi_1 X_t + \varepsilon_{t+1} - \theta_1 \varepsilon_t$$

$$\hat{X}_{t+1} = E(X_{t+1}/I_t) = \phi_1 X_t + \theta_1 \varepsilon_t$$

$$\hat{X}_{t+2} = E(X_{t+2}/I_t) = \phi_1 E(X_{t+1}/I_t)$$

$$\hat{X}_{t+2} = \phi_1 E((\phi_1 X_t + \varepsilon_{t+1} - \theta_1 \varepsilon_t)/I_t) = \phi_1 E((\phi_1 X_t - \theta_1 \varepsilon_t)/I_t)$$

$$\hat{X}_{t+2} = \phi_1 (\phi_1 X_t - \theta_1 \varepsilon_t) = \phi_1 \hat{X}_{t+1}$$

En généralisant pour un horizon h :

$$\phi(B)X_t = \theta(B)\varepsilon_t \Leftrightarrow X_t = \frac{\theta(B)}{\phi(B)}\varepsilon_t = \Psi(B)\varepsilon_t$$

$$X_t = \sum_{i=1}^{\infty} \Psi_i \varepsilon_{t-i} \text{ et } \hat{X}_{t+h} = E(X_{t+h}/I_t) = E(\sum_{i=1}^{\infty} \Psi_i \varepsilon_{t+h-i}/I_t)$$

avec

$$E(\varepsilon_{t+h-i}/I_t) = \begin{cases} \varepsilon_{t+h-i} & \text{si } h-i \leq 0 \Rightarrow i \geq h, \\ 0 & \text{si non.} \end{cases}$$

$$\text{d'où } \hat{X}_{t+h} = \sum_{i=1}^{\infty} \Psi_i \varepsilon_{t+h-i}$$

Comme la prévision n'est pas identique à la valeur réelle, il existe un écart entre ces deux valeurs appelé erreur de prévision \hat{e}_{t+1}

$$\hat{e}_{t+1} = X_{t+1} - \hat{X}_{t+1} = \varepsilon_{t+1}$$

$$\hat{e}_{t+2} = X_{t+2} - \hat{X}_{t+2} = \varepsilon_{t+2} + \Psi \varepsilon_{t+1}$$

$$\hat{e}_{t+h} = X_{t+h} - \hat{X}_{t+h} = \sum_{i=0}^{h-1} \Psi_i \varepsilon_{t+h-i} \text{ avec } \Psi_0 = 1$$

Sous réserve que les erreurs forment un bruit blanc gaussien, on pourra construire un intervalle de prévision tel que

$$v(\hat{e}_{t+h}) = v[\sum_{i=0}^{h-1} \Psi_i \varepsilon_{t+h-i}] = E(\sum_{i=0}^{h-1} \Psi_i \varepsilon_{t+h-i})^2 - 0 = \sigma_\varepsilon^2 \sum_{i=0}^{h-1} \Psi_i^2$$

D'où l'intervalle de prévision : $\hat{X}_{t+h} \pm 1.96\sigma_3(\sum_{i=0}^{h-1} \Psi_i^2)^{\frac{1}{2}}$

Pour clore ce chapitre, nous pouvons dire pour cette méthode, qu'en dépit de sa simplicité dans son principe de base, elle semble complexe dans sa mise en œuvre, d'autant plus qu'elle ne prend pas en compte les informations externes. Néanmoins, elle permet non seulement de traiter et d'analyser les processus stationnaires mais également les processus qui ne le sont pas.

Chapitre 3

L'application la méthodologie de Box-Jenkins

3.1 Etude préliminaire de la série brute

Présentation des variables

Notre étude porte sur la série mensuelles de la consommation de l'électricité au niveau national, allant de janvier 2001 jusqu'à décembre 2010, appelée **PE**, qui a pour unité de mesure le Giga Watt Heure (GWH). (1)

L'examen du graphe

La première étape de l'étude d'une série chronologique est la représentation graphique. Cette visualisation donne des indications très précieuses pour choisir un modèle (croissance, rupture,...etc.). Pour illustrer cette première phase de modélisation, nous examinons le graphe de production nationale d'électricité des dix dernières années données ci-dessous.

L'examen du graphe nous fait apparaître une série de pics et de pointe qui ne sont pas dus au hasard. La production nationale d'électricité est affectée d'une saisonnalité très marquée comme le montre le graphe.

Cela est dû à l'importance de cette énergie dans les saisons (faible en saison du printemps et en automne, forte en été et en hiver), comme il existe des irrégularités d'une année à l'autre partiellement explicable par des perturbations climatiques.

Ainsi, pendant la période considérée (2001-2010), la consommation d'électricité est globalement en augmentation importante, due essentiellement à l'évolution économique et sociale de notre pays, expliqué par l'augmentation du nombre d'abonnés.

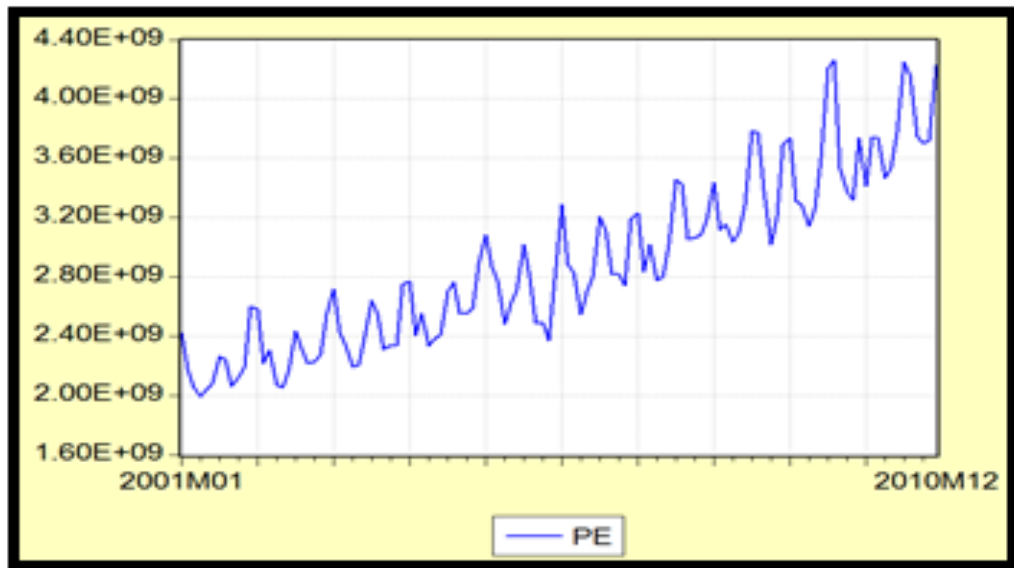


FIGURE 3.1 – Graphe (1) : Evolution de la production nationale d'électricité (PE).

Il nous apparaît d'après l'examen visuel que la série n'est pas stationnaire, mais ce test reste insuffisant, pour cela nous passant à l'examen de Corrélogramme.

3.1.1 Examen du Corrélogramme de la série brute (PE)

Tests Dickey-Fuller Augmenté

Etape 1 :

Pour le modèle [6] : (2)

$$\text{Ontest l'hypothse : } \begin{cases} H_0 & : \phi = 1, \\ H_1 & | \phi | < 1. \end{cases}$$

T_C : La statistique calculée à l'aide de logiciel Eviews dans le modèle [6]

$$T_C = -1,471428$$

Les valeurs critiques sont : $-4,046072$; $-3,452358$; $-3,151673$. Correspondantes aux seuils de : 1% ; 5 % ; 10%

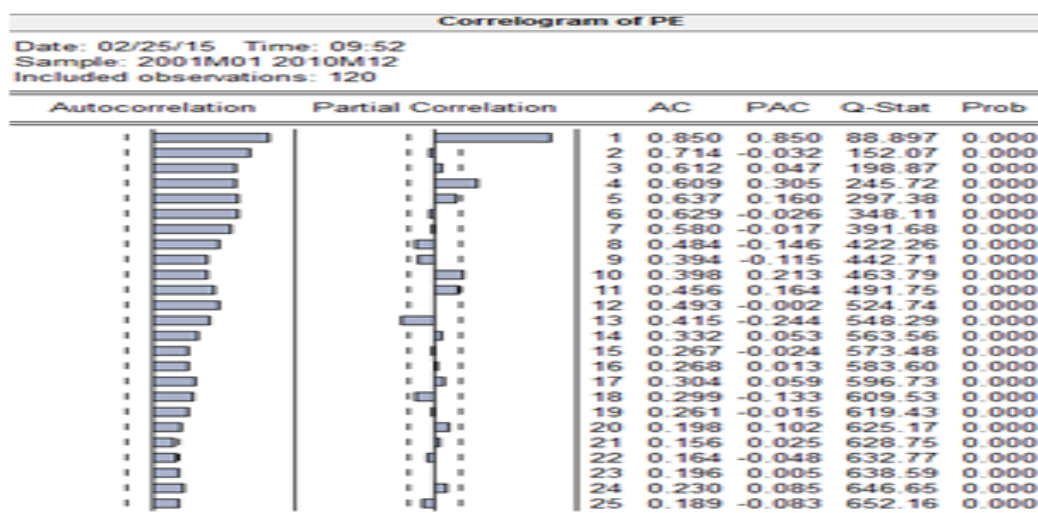


FIGURE 3.2 – Figure (1) : Corrélogramme de la série brute (PE)

- ◇ La valeur calculée de la statistique de test du modèle [6] est supérieure aux valeurs critiques, ce qui nous fait accepter H_0 (existence des racines unitaires).
- ◇ La valeur calculée de la statistique de test du modèle [6] est supérieure aux valeurs critiques, ce qui nous fait accepter H_0 (existence des racines unitaires).
- ◇ Dans ce cas précis le modèle [6] vérifie l'existence de la racine unitaire. Ce que nous fait accepter $H_0(\phi = 1)$
- ◇ D'après la statistique de Dickey-Fuller Augmenté, accepte H_0 ; nous mène à tester les hypothèses jointes.

Etape2 :

Test d'hypothèses jointes

Estimation du modèle [6] :(3)

$$\text{Ontest l'hypothèse : } \begin{cases} H_0^6 & : (c, b, \phi) = (c, 0, 1), \\ H_1^6 & (c, b, \phi) = (c, 0, 1). \end{cases}$$

$F_6 = 31,409$

Et Fisher lue dans la table au seuil de 5 appartient à l'intervalle suivant : [6.49, 6.73] . Nous voyons que la valeur de la statistique de Fisher calculée est supérieure à la valeur de Fisher lue dans la table, donc on rejette l'hypothèse jointe H_0^6 . Donc notre série est affectée d'une tendance de type déterministe (TS). ce qui confirme la non stationnarité de notre série

Pour rendre la série stationnaire, il conviendrait de corriger la série brute PE des variations saisonnières puis éliminer l'effet de la tendance. Dans notre cas le modèle est multiplicatif donc on applique la procédure suivant : désaisonnaliser la série :

Nous présenterons dans le tableau suivant les coefficients saisonnier pour chaque mois obtenus à l'aide de logiciel Eviews :

coefficients saisonniers(Csi)	Valeurs
1	1.103440
2	0.994704
3	0.995945
4	0.914599
5	0.932625
6	0.983009
7	1.100228
8	1.073847
9	0.962600
10	0.946592
11	0.946195
12	1.071055

TABLE 3.1 – Les coefficients saisonniers

En retranchant ces coefficients saisonniers de la série brute PE, nous obtiendrons la série désaisonnalisée Pesa selon l'équation suivante :

$$\mathbf{Pesa} = \frac{\mathbf{PE}}{\mathbf{CSI}}$$

On remarque que le coefficient de la tendance est significatif,

A partir de cette série désaisonnalisée on procède à l'estimation des paramètres de la fonction tendancielle et on trouve les résultats données () (voir annexe tableau 2.3). Aussi nous avons la fonction tendancielle qui s'écrit comme suit :

$$\mathbf{F}_t = \mathbf{1982.13597673} + \mathbf{14.7968430189} * \mathbf{TEMPS}$$

On procède à la stationnarisation de notre série par la soustraction de cette fonction F_t de la série désaisonnalisée Pesa et on trouve la série stationnaire nommé **pesat**.

Pour confirmer la stationnarité de cette série on applique les tests de Dickey-Fuller Augmenté sur la série **pesat**⁽⁵⁾ et nous

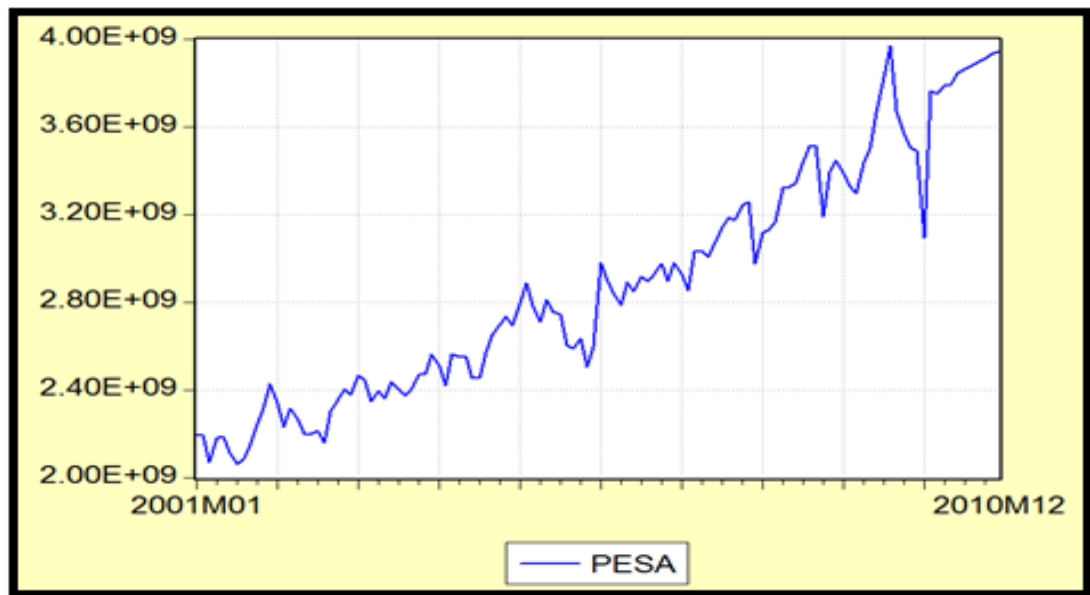


FIGURE 3.3 – Graphe(2) : Corrélogramme de pesa

remarquons que l'hypothèse de la racine unitaire est rejetée. L'examen du graphe de la série **pesat** donné ci-dessous montre qu'elle fluctue autour d'une moyenne nulle donc notre série est stationnaire.

3.2 Méthodologie de Box Jenkins

3.2.1 Identification du modèle

Pour identifier le processus qui représente au mieux notre série, on examine les autocorrélations simples (pour déterminer le nombre de retards de processus **MA**) et partielles (pour déterminer le nombre de retards de processus **AR**). La figure(5) suivantes représente le corrélogramme des résidus de la série stationnaire pesat

L'examen de ce corrélogramme montre un pic importante numéro 1 pour le terme **AR** et cinq pic importantes pour le terme **MA** qui sont respectivement ; 1, 2, 3, 11,12.

D'après ces termes on peut estimer les modèles représentatifs de la série qui sont : **MA(1)**, **MA(2)**, **AR(1)**,

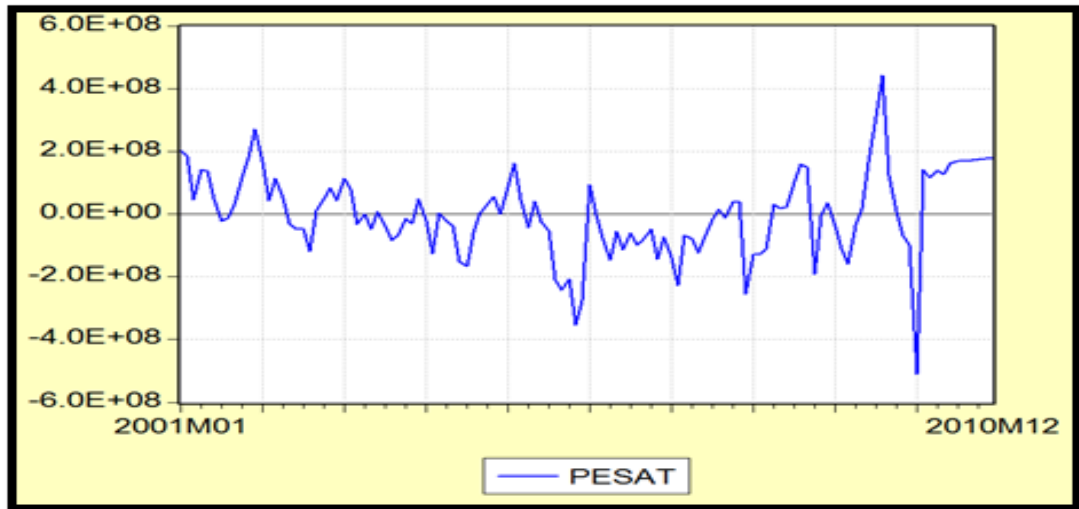


FIGURE 3.4 – Graphe (3) : Graphe de la série PE stationnaire

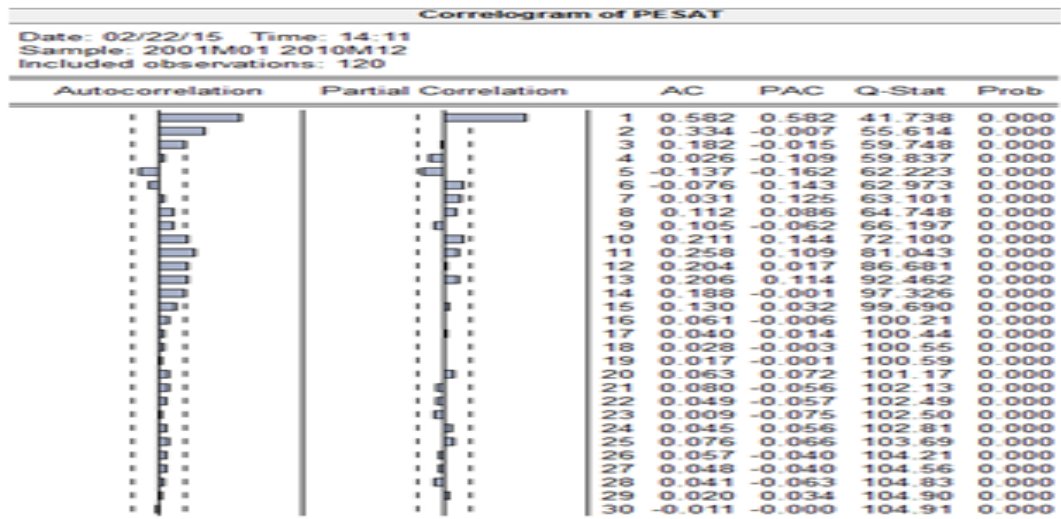


FIGURE 3.5 – Figure(2) : Correlogramme pesat

ARMA(1, 1), **MA(3)**, en outre nous avons estimé ces modèles avec une constante)⁽⁶⁾

Et pour pouvoir choisir un bon modèle parmi ceux présenté, on construit un tableau de comparaison de leurs critères d'information et nous retenons le modèle qui minimise ces critères. Le tableau de comparaison si dessous :

	AIC	SCH	R2	DW
AR(1)	39.81	39.83	36.84	2.031
MA(1)	39.94	39.97	28.34	1.66
MA(2)	40.14	40.16	13.07	1.106
MA(3)	40.20	40.23	0.07	0.90

TABLE 3.2 – Comparaison les modèles d'après les critères d'information

3.2.2 Estimation du modèle

Nous estimons les paramètres du modèle qui explique mieux nos observations, nous obtenons le modèle à coefficients significatifs **AR(1)** suivant :

$$(1 - \phi_1 B)pesat_t = \varepsilon_t$$

$$pesat_t = 0.605pesat_{t-1} + \varepsilon_t$$

3.2.3 Validation du modèle

Après avoir estimé le modèle, on passe à l'étape de validation des résidus

D'après le Corrélogramme des résidus concernant le modèle retenu **AR(1)**, on constate que ces résidus formant un bruit blanc car tous

les pics sont à l'intérieur de l'intervalle de confiance, et pour confirmer ces résultats on applique le test de *Ljung-Box* pour le retard 30.

$$\varphi = 16.551$$

Et la valeur tabulé de Khi deux au seuil de 5 % $X_{0.05}^2(24)$ est égale à 38,88 Donc $\varphi < (24)$, d'où en accepte

l'hypothèse H_0 d'absence d'autocorrélation des résidus ce qui confirme que les résidus forment un bruit blanc, alors le modèle est valide.

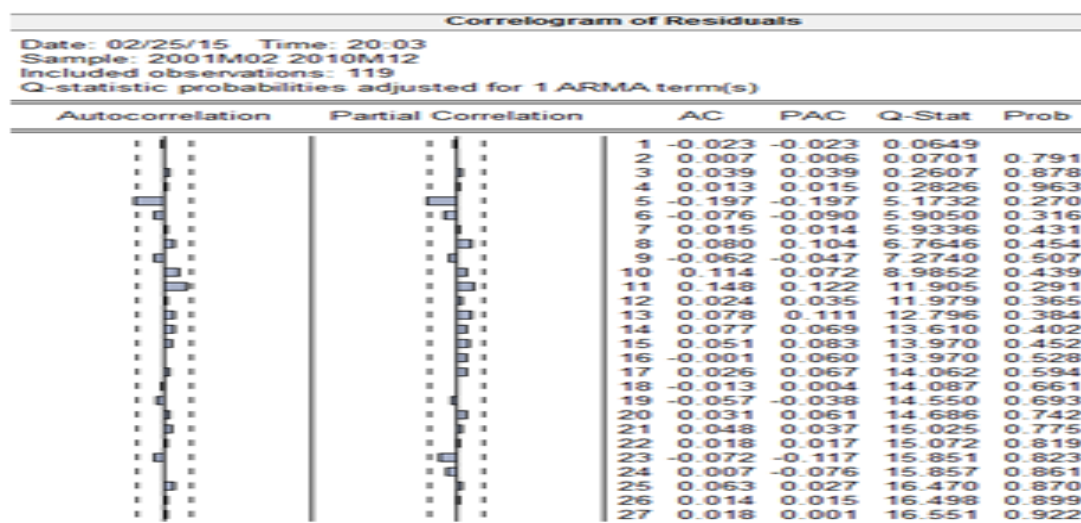


FIGURE 3.6 – Figure (3) : Corrélogramme des résidus du modèle retenu AR(1)

Pour savoir si les résidus forment un bruit blanc gaussien ou pas on applique le test de **Jarque- Bera** :

$$S \text{ suit une loi } X_{(2)}^2$$

Le test de Jarque-Bera

La statistique de Jarque-Bera ($S = 11,43$) $> X_2^2 = 5,99$ au seuil de 5 %. Par conséquent on rejette l'hypothèse de normalité des résidus, la distribution des erreurs est un bruit blanc non gaussien comme le montre la figure suivante :

3.2.4 Prévision de la production nationale de l'électricité

La prévision peut être calculée en introduisant les différentes composantes qu'on a éliminé auparavant (saisonnalité et tendance).

A partir du modèle retenu **AR(1)** avec l'effet **ARCH**, on peut être écrire la formule de prévision à un horizon (h) comme suit :

$$pesat_{t+h} = 0,605pesat_{t-1+h} + \varepsilon_{t+h}$$

Pour trouver les valeurs de prévision pour notre série à l'horizon (1) on doit recolorer la série désaisonnalisée en rajoutant les composantes saison-

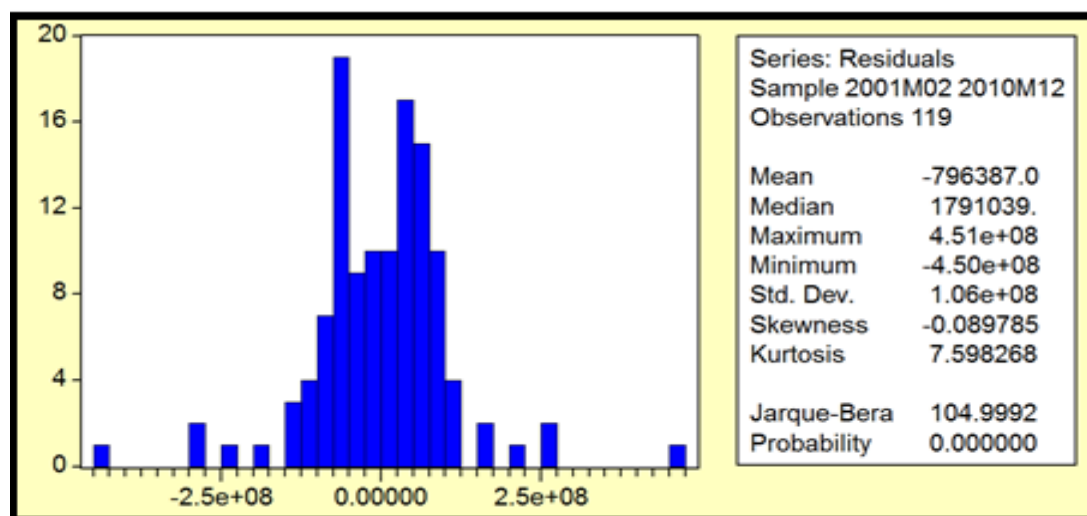


FIGURE 3.7 – Figure (4) : Test de normalité des résidus pour le modèle retenuAR(1)

nière et tendancielle.

Les prévisions calculées de la production nationale en **GWH** à l'horizon d'une année à l'aide du logiciel EVIEWS sont donnés au tableau suivant :

Pseaf : prévision de la série désaisonnalisée **Pesa**

CSi : coefficients saisonniers.

Prévision pt(h) : prévision de la production.

Prévision= **PseafCSi**

3.3 Comparaison entre les prévisions et les réalisations

Concernent la série brute (PE) les résultats prévus pour les quatre premiers mois de l'année 2011, aussi que ceux réalisés au cours du même période sont données dans le tableau suivant :

Telque **MEA**(e) est l'erreur absolue moyenne

$$\text{MEA}(e) = 1/n \sum_{i=1}^n |e_i|; n = 4$$

	pesaf	CSi	Prévisions pet(1)
janvier	3700,45	1,118601	4139,32707
février	3791,6	0,986496	3740,398234
mars	3762,485	0,992597	3734,631324
avril	3796,304	0,912281	3463,296009
mai	3821	0,925142	3534,967582
juin	3840,948	0,982867	3775,141038
juillet	3858,426	1,101032	4248,250496
août	3874,618	1,074467	4163,149179
septembre	3890,141	0,963816	3749,380138
octobre	3905,316	0,948101	3702,634005
novembre	3920,309	0,94817	3717,119385
décembre	3935,208	1,073733	4225,362691

TABLE 3.3 – les prévisions de la production nationale à l’horizon d’une année

mois(2011)	prévisions	réalisation	erreur (e)
Janvier	4139,32	4095,39	-43,93
Février	3740,39	3755,14	14,74
Mars	3734,63	3830,87	96,23
Avril	3463,29	3396,74	-66,55
-	-	MEA (e)	55,36

TABLE 3.4 – Les résultats prévus pour les quatre premiers mois de l’année 2011

Que les résultats des prévisions dans cette période est fiable à 55,36% reste comme risque 44,64 % que cette part vue réalise pas. Nous juge que le taux de 55,36% est un taux de fiabilité acceptable.

Conclusion et perspectives

Notre étude a porté sur l'analyse des séries chronologiques représentant l'évolution mensuelle de la production d'électricité aux période (2001 - 2010). En premier lieu, on a modélisé cette série par un des modèles linéaires de séries chronologiques (Processus ARMA). On a commencé par l'application de la méthodologie de Box-Jenkins qui a donné un modèle ARMA. A partir des résultats présentés aux tableaux de la comparaison entre les réalisations et les prévisions (ci-dessous) et si on observe les écarts entre les prévisions et les réalisations, On remarque qu'ils sont fort, cela vaut dire que la méthode appliquée (Box-Jenkins) avait donné des prévisions moins précises.

	Résultats prévus	Résultats	réalisés Ecart	Ecart %
Janvier 2011	301.370	257,335	44,035	17,11 %
Février 2011	281.221	246,822	34,399	13,94%
Mars 2011	342.510	260,821	81,689	31,32%
Avril 2011	312.010	250,469	61,541	24,57 %

TABLE 3.5 – Comparaison entre la production prévue et la production réalisée

Prévoir le comportement futur d'une série chronologique, nécessite l'utilisation pas d'une mais de plusieurs méthodes de prévision, car la fiabilité d'une méthode de prévision, ne dépendait pas seulement de sa complexité théorique, mais aussi des données, de l'information disponible et du champ d'application. L'étude prévisionnelle de la production reste un point faible dans la série chronologique, car il existe plusieurs facteurs qui influent sur l'évolution de ces productions comme les arrêts des générateurs grâce à des pannes, l'état de matérielle, les projets de restructions. A mon avis, La gestion moderne des entreprises de production et de distribution fait appel à plusieurs disciplines dont l'informatique, la statistique, pour assurer la pérennité des performances de distribution et la production. La réussite de ces performances nécessite une planification rigoureuse basée sur des prévisions scientifiquement établies et des analyses techniques sur le système de production.

Bibliographie

- [1] Séries Chronologiques Agnès Lagnoux lagnoux@univ-tlse2.fr)
- [2] Modèles de prévision Séries temporelles UQAM, ACT6420, Hiver 2011)
- [3] cours de séries chronologique Serge D'egerine 4 janvier 2005 univ PERRE MENDÉS FRANCE)
- [4] MAP-STA2 : Séries chronologiques Yannig Goude yannig.goude@edf.fr2019-2020)
- [5] Renforcement Statistique Séries chronologiques Agnès Lagnoux lagnoux@univ-tlse2.fr)
- [6] introduction aux séries chronologiques O. ROUSTANT Novembre 2008)
- [7] Les Prévisions tirées des processus ARMA(p,q) Gilbert Colletaz 4 décembre 2018)
- [8] Modèles de prévision Séries temporelles Arthur Charpentier 1 UQAM, ACT6420, Hiver 2011)
- [9] . BENABBAS Farouk .Méthodes Heuristiques pour la Prédiction des Séries Temporelle, Présentée en vue de l'obtention du diplôme de DOCTORAT en Informatique Année Universitaire : 2011/2012)
- [10] Agnès lagnoux (Renforcement des Séries chronologiques), Université de Toulouse le Mirail .2010-2011)
- [11] Bernard Rapacchi, (Dur, les série chronologique) Center Interuniversitaire de calcul de Grenoble, 18 aout 1993)
- [12] BOURBONNAIS Régis, terraza michel(analyse des séries temporelle),édition DUNOD PARIS 2004)
- [13] GOURIEROUX C MONFORT A (séries temporelle et modèles dynamique)ECONOMICA 2EMME édition ,1995)